

I Fibonacci und der Wolf

1.) Aufgabenstellung

Im letzten Jahrzehnt wurde erfolgreich versucht, in der BRD den Wolf unter strengem Schutz als Wildtier wieder einzubürgern. Von Einzelpaaren ausgehend, wuchs sein Bestand in rund einer Dekade auf heute rund 2000.

Dieser Erfolg erfreut Naturfreunde und ängstigt Landwirte, da der kleine, heutige Wolfsbestand sich zwar überwiegend von anderen Wildtieren ernährt, aber gelegentlich auch Schafe oder Rinder reißt (2023 ca. 2 Stück pro Jahr pro Wolf).

In dieser Situation soll hier die voraussichtliche, zukünftige Entwicklung in einer Modellrechnung analysiert werden, in der die verfügbare Beute begrenzender Parameter ist.¹

Bereits um 1200 lieferte *Leonardo Fibonacci*² die exemplarische Lösung eines Bevölkerungswachstumsproblems. In seinem *Liber Abaci* behandelte er die Aufgabe, welche Zahl von Nachkommen ein trächtiges Kaninchen innerhalb eines Jahres erzeugt, wenn sie geschützt und bei unbegrenztem Futterzufuhr aufwachsen. Die Lösung des zeitlichen Zuwachses ist die berühmte *Fibonacci-Reihe*³.

Für eine Simulationsrechnung müssen gegenüber dem realen Fall vereinfachende Annahmen getroffen werden. So gehe ich von konstanten Durchschnittswerten für das erste Fortpflanzungsjahr, für die Wurfzahl, für die Überlebenszahl und für das Lebensalter aus.

Auch für die Beutetiere sind die entsprechenden Annahmen zu treffen. Dies vereinfacht sich dadurch, dass der Bestand der wildlebenden Beutetiere durch die menschliche Bejagung heute nahezu konstant gehalten wird. Als Beutetier wird das Reh als Beuteinheit genommen, als häufiges und leicht zu jagendes Wild.

2.) Daten

Für den wild lebenden Wolf gilt⁴:

Fortpflanzungsfähig nach	1- 2 Jahren
Tragzeit	63 Tage
Wurfzahl	4.8 bis 7.7

¹ Eine Simulation bei begrenzter Territoriengröße und Rudelgröße wird in „*Der Wolf und seine Territorien*“ beschrieben. Das Fibonacci-Schema beschreibt darin das Hochlaufen bis zur Territorienengrenze.

² Leonardo Fibonacci lernte als weit gereister Kaufmannssohn das nach Zehnerpotenzen geordnete indisch-arabische Zahlensystem und die damit verbundenen Rechenmöglichkeiten kennen und verbreitete seine darauf basierenden Kenntnisse in mehreren Werken zu Algebra und Geometrie im Abendland, wo das bisher benutzte römische Zahlensystem selbst elementare Rechenoperationen außerordentlich erschwerte.

³ *Fibonacci-Reihe*: (0);1; 1;2;3;5;8;13;21,...

⁴ <https://de.wikipedia.org/wiki/Wolf>

Lebenszeit	12 Jahre
Gewicht	40 kg
Fleischbedarf pro Tag	4 kg
Fressperiode	200 Tage

Für das Reh gilt⁵

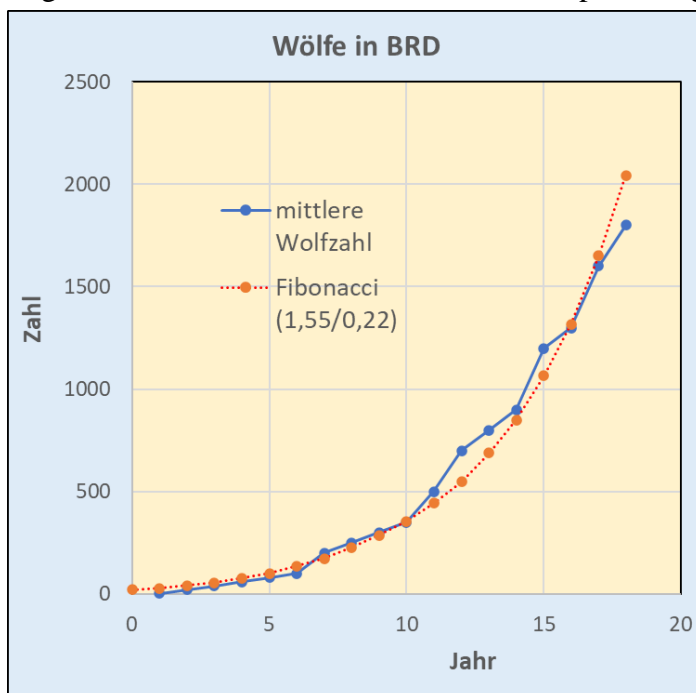
Fortpflanzungsfähig nach	1 Jahr
Tragzeit	290 Tage
Wurfzahl	3
Lebenszeit	15 Jahre
Gewicht	15 kg
Rehbestand BRD	$2,5 \times 10^6$ Stück
Jährliche Bejagung	$1,3 \times 10^6$ Stück

Zur vollständigen Ernährung mit Rehfleisch reißt ein Wolf also jährlich $4/15 \times 200 = 53$ Rehe⁶

Die Reh-Jagd ist darauf angelegt, den Bestand etwa konstant zu halten. Die jährlichen Bejagungs-
menge entspricht einer Reh-Zuwachsrate von rund 50% ohne Bejagung.

3.) Anfängliches Wolfwachstum

Man kann für das jährliche Wachstum einer Population nicht einfach die Wurfgröße ansetzen; Für den Wolf würden sich daraus ganz unrealistisch hohe Ausbreitungsraten ergeben. In Wirklichkeit vergehen ein oder mehrere Jahre bis zur Fortpflanzungsreife, nicht alle Würfe überleben, Krankheiten, Unfälle und Revierkämpfe dezimieren den Bestand, so dass nicht alle Wölfe das maximale Lebensalter erleben, etc. In unserem Schema fassen wir diese Begrenzungen unter Annahme einer ersten Fortpflanzung nach zwei Jahren und einem einheitlichen Lebensalter von 12 Jahren in einer Überlebensrate der Würfe zusammen, die damit wesentlich kleiner als die Wurfzahl ist.



heiten, Unfälle und Revierkämpfe dezimieren den Bestand, so dass nicht alle Wölfe das maximale Lebensalter erleben, etc. In unserem Schema fassen wir diese Begrenzungen unter Annahme einer ersten Fortpflanzung nach zwei Jahren und einem einheitlichen Lebensalter von 12 Jahren in einer Überlebensrate der Würfe zusammen, die damit wesentlich kleiner als die Wurfzahl ist.

Am günstigsten ist es, wenn man die Überlebensrate aus historischen Daten entnehmen kann. Das ist beim Wolf möglich, weil über die letzten 18 Jahre empirische Daten zum beobachteten Bestand vor⁷. (Abbildung 1, blau).

Abbildung 1

⁵ <https://de.wikipedia.org/wiki/Reh>

⁶ Diess errechnete Ergebnis ist eine untere Grenze. Aus der Erfahrung mit gerissenen Nutztieren weiß man, dass nur Teile der Beute als Nahrung gefressen werden.

⁷ Zum Beispiel <https://www.bauernverband.de/themendossiers/wolf/themendossier/wie-viele-woelfe-leben-bereits-in-deutschland>

4.) Wachstums des Wolfs nach dem Fibonacci-Schema

In der begleitenden Exceldatei ist das Wachstumsschema als Tabelle dargestellt. Bild 2 veranschaulicht das Schema des Anfangswachstums in linearem Maßstab.

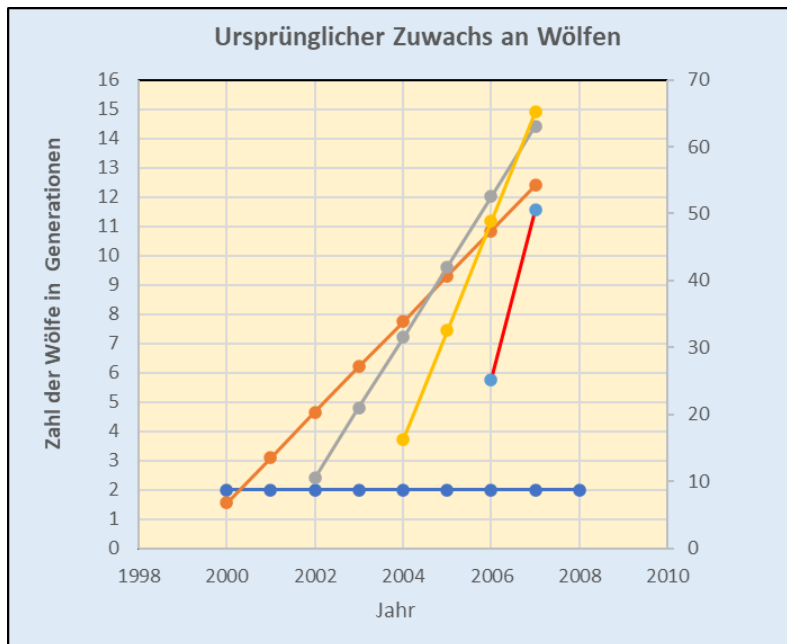


Abbildung 2

Die ursprüngliche Elterngeneration (blau) bleibt mit 2 Exemplaren über die ganze betrachtete Zeit (2000 bis 2008) konstant groß.

Es wird angenommen, dass das Elternpaar ausgewachsen ist und sich ab dem ersten Jahr vermehrt, bei einer hier angenommenen Überlebensrate der Welpen von 1.55.

Damit steigt die Zahl in der ersten Generation (braun) linear mit der Zeit an.

Es wird angenommen, dass die erste Generation nach dem zweiten Lebensjahr beginnt sich mit der gleichen Überlebensrate zu vermehren (grau).

Nach jeweils weiteren 2 Jahren folgt die dritte (gelb) und die vierte (rot) Generation, wobei die Steigung der Geraden immer steiler wird, solange die Überlebensrate größer 1 ist-

Die Gesamtzahl der Wölfe ist die schnell und nichtlinear zunehmende Summe über alle lebenden Generationen (nicht eingezeichnet).

Bild 3 zeigt einen Ausschnitt aus dem zeitlichen Wachstumsschema, vom Auftreten des ersten Paares (Generation 0) bis zum Tod der zweiten Generation. Die Überlebensrate ist mit 1,55

Generation	Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
0		2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00			
1	0	1.55	3.10													
2				4.65	6.20	7.75	9.30	10.85	12.40	13.95	15.50	17.05	18.60	20.15	21.70	
3				2.40	4.81	7.21	9.61	12.01	14.42	16.82	19.22	21.62	24.03	26.43	28.83	31.23
4						3.72	7.45	11.17	14.90	18.62	22.34	26.07	29.79	33.51	37.24	40.96
5								5.77	11.54	17.32	23.09	28.86	34.63	40.40	46.18	51.95
6										8.95	17.89	26.84	35.79	44.73	53.68	62.63
7												13.87	27.73	41.60	55.47	69.34
8														21.49	42.99	64.48
9																33.32
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																
Summe Wölfe		3.6E+00	5.1E+00	9.1E+00	1.3E+01	2.1E+01	2.8E+01	4.2E+01	5.5E+01	7.8E+01	1.0E+02	1.4E+02	1.7E+02	2.3E+02	2.9E+02	3.5E+02
Quotient		1.4E+00	1.8E+00	1.4E+00	1.6E+00	1.4E+00	1.5E+00	1.3E+00	1.4E+00	1.4E+00	1.3E+00	1.4E+00	1.3E+00	1.3E+00	1.3E+00	1.2E+00
Exponentialfunktion (Startwert 0.35)		4.00	4.98	6.21	7.74	9.64	12.02	14.97	18.66	23.25	28.97	36.10	44.98	56.05	69.85	87.03
Exponentialfaktor p.a		0.220														
rechnerische Rehrisse/Jahr		1.9E+02	2.7E+02	4.8E+02	6.9E+02	1.1E+03	1.5E+03	2.2E+03	2.9E+03	4.1E+03	5.3E+03	7.3E+03	9.2E+03	1.2E+04	1.5E+04	1.9E+04
gejagte Rehe/Jahr		1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06	1.3E+06
Bestand Rehe		2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06	2.5E+06

Abbildung 3

angesetzt, was zu der 2023 beobachteten Zahl von Wölfen⁸ führt. Im Jahr 2010 ist mit der Lebensdauer von 12 Jahren breits die erste Generation ausgestoben

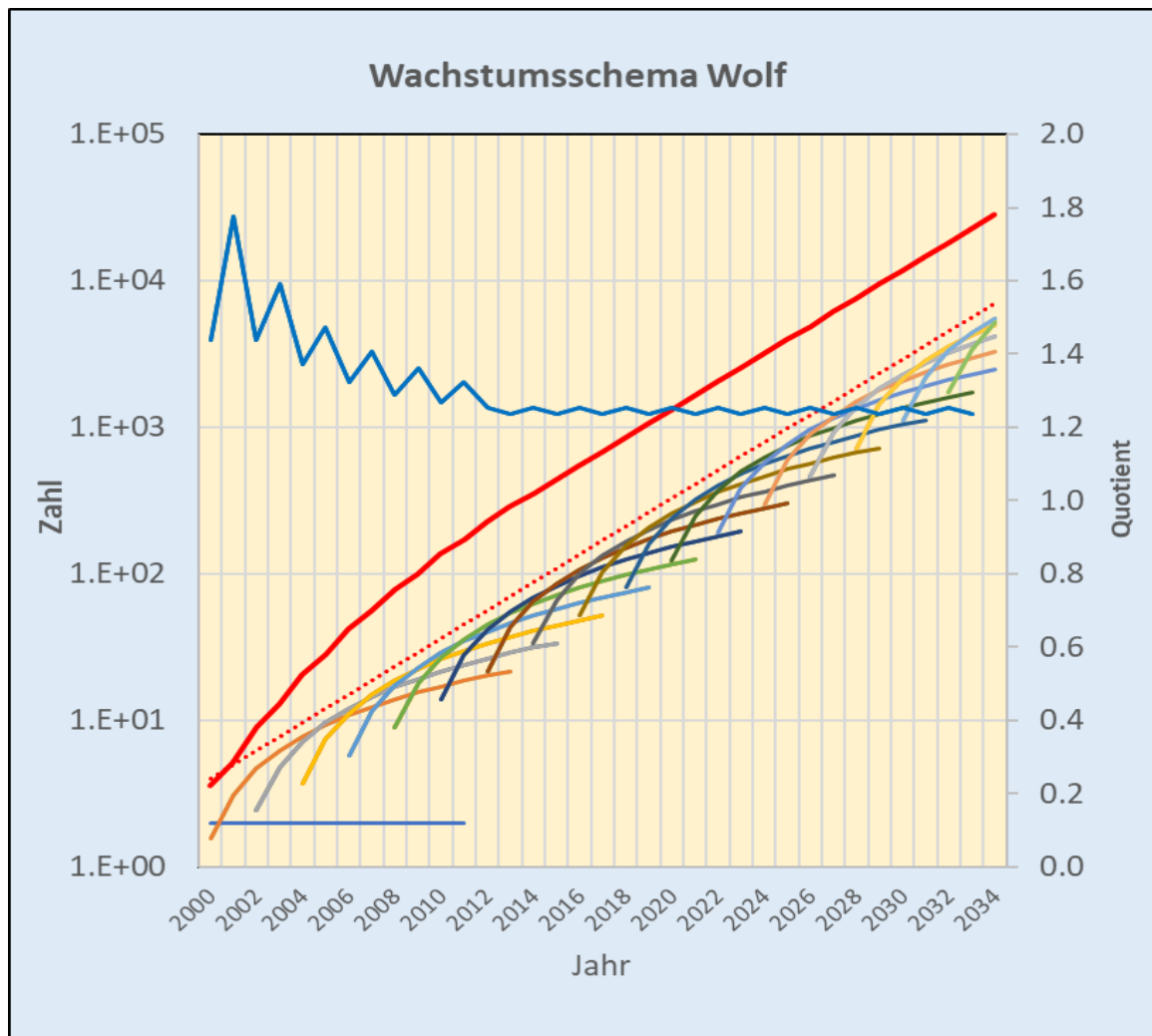


Abbildung 4

In Bild 4 ist die langfristige Entwicklung graphisch dargestellt., wiederum für eine Überlebensrate von 1.55. Wegen des sehr großen Zahlenbereichs ist die Ordinate logarithmisch skaliert. Lineare Zeitabhängigkeiten erscheinen visuell als gekrümmte Linien, eine Exponentialkurve als Gerade.

Über der horizontalen Zeitachse sind die aufeinander folgenden Generationen als gekrümmte Linien mit zunehmender Ordinate zu sehen (im linearen Maßstabe wären das Gerade). Anfang und Ende der Linien markieren Geburt und Tod des Elternpaars einer Generation. Im Bild ist angenommen, dass die Geschlechtsreife nach 2 Jahren eintritt und das Alter 12 Jahre beträgt.

Die Beiträge der Generationen (Ordinaten) unterscheiden sich um die mittlere überlebende Wurfzahl der vorhergehenden Generation. Sie ist in dem Bild gleich 1,55 und kann im Rechenschema willkürlich verändert werden Die logarithmische Darstellung der Ordinatenachse verdeutlicht, dass der Multiplikationsfaktor von Generation zu Generation konstant ist (visueller Abstand der Linien).

⁸ Die tatsächliche Zahl mag deutlich höher sein: alle beobachteten Wölfe existieren sicher, aber nicht alle Wölfe (z.B: Welpen) werden beobachtet.

Die Gesamtzahl der zu einem bestimmten Zeitpunkt lebenden Individuen wird als Summe über alle Generationen mit der roten Linie angezeigt. Sie steigt zunächst steil an, solange neue Generationen dazukommen und biegt dann mit dem Aussterben der ersten Generationen in eine Gerade ein (im linearen Maßstab: Exponentialkurve mit konstanter Wachstumsrate). Die punktierte Linie zeigt eine durchgehende mathematische Exponentialkurve mit der Steigung der Summenkurve.

Die blaue Kurve zeigt den Quotienten zeitlich aufeinanderfolgender Populationen (rechte, lineare Skala). Sie pendelt nach dem Aussterben der ersten Generation um einen konstanten Wert (hier 1,24).

In Bild 4 ist die rechnerische Überlebensrate so bemessen, dass sie zu dem aus den Beobachtungen abgeleiteten Wachstum führt. Die Summenkurve von Bild 4 ist in Bild 1 der beobachteten Wachstumskurve überlagert (rot punktiert). Angesichts der Unsicherheit in den beobachteten Werten ist die Übereinstimmung gut.

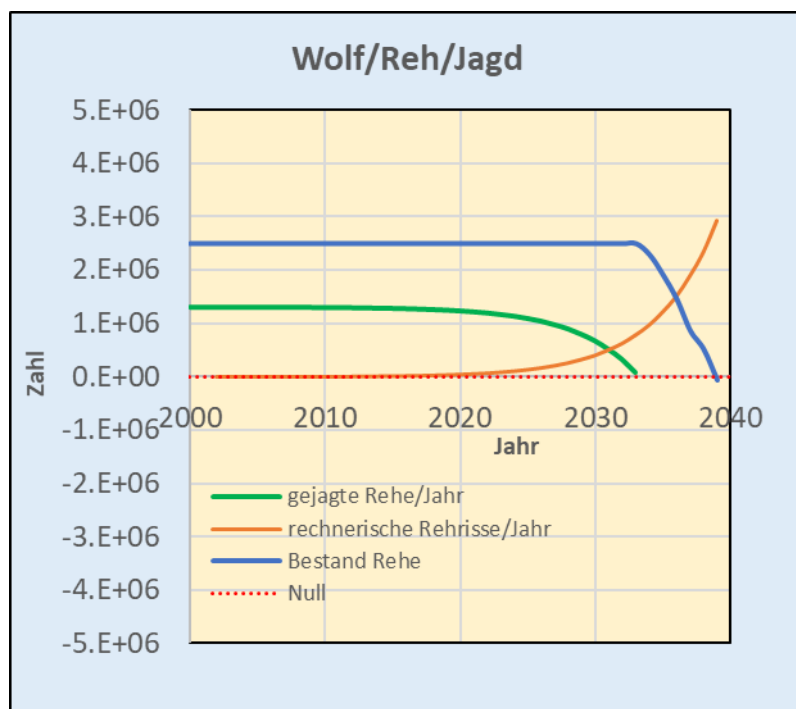
Die so ermittelte Überlebensrate von 1.55 führt nach dem Aussterben der ersten Generation (also ca. ab 2012 zu exponentiellem Wachstum mit einer Rate von 22% pro Jahr. Das ist das in Zukunft zu erwartende Wachstum, bis die Entwicklung an eine Grenze stößt.

Anhand der Exceltabelle kann man sich durch Eintragen anderer Parameter leicht davon überzeugen, dass das Erreichen eines bestimmten Grenzwerts nur mäßig von dem genauen Wert der eingehenden Parameter abhängt— das führt lediglich zu zeitlichen Verschiebungen der ausgewiesenen Ereignisse (wie allgemein bei exponentiellen *Lawinen*).

5.) Wolf und Reh

Nach dem rechnerischen Wachstumsschema könnte sich eine geschützte Wolfspopulation in der nächsten Dekade bei unbegrenztem Nahrungsvorrat bis zu mehreren Zehntausend Exemplaren entwickeln.

Nimmt man an, dass die Nahrung allein aus Rehen besteht, dann errechnet sich für das Nahrungsreservoir des Wolfes der Verlauf von Abbildung 4.



Es wird angenommen, dass die Entnahme von Rehen durch die Jagd (grün) so gedrosselt wird, dass bei zunehmenden Wolfsrisse (rot) der Rehbestand (blau) konstant bleibt. Das gelingt bis etwa 2032; danach reduziert der Wolf allein den Bestand innerhalb weniger Jahre auf Null (realistisch: auf Restbestände).

Bei unbegrenztem Wachstum muss der Wolf bei beginnender Rehknappheit (nach der Graphik vor 2030) zunehmend andere Nahrungsquellen ausbeuten. Dafür gibt es noch andere, wildlebende Beutetiere, etwa Wildschweine. Auch deren Bestand würde er bei weiter

Abbildung 5

exponentiellem Wachstum in wenigen Jahren entleeren.

Was ihm bleibt, ist das nahezu unbegrenzte Reservoir von traditionell ungeschützten Nutztieren. Zwar hat der Wolf bereits in der Anlaufphase vereinzelt Schafe und Kühe gerissen, dies aber wohl eher aus angeborener Tötungslust als aus echtem Nahrungsmangel.

Es wäre unrealistisch, dieses apokalyptische, rechnerische Szenarium mit der zu erwartenden zukünftigen Entwicklung gleichzusetzen. Einmal werden bei massiv zunehmender Zahl Seuchen und Hunger die Überlebensrate vermindern; zum anderen wird gar nichts anderes übrig bleiben als zum Schutz der Nutztiere den Wolf massiv zu bejagen. Allerdings übersteigt die Zahl der abzuschießenden Wölfe schnell jedes praktikable Maß.

Das rechnerische Szenarium ist hilfreich sich darüber klar zu werden, was sich da im Extrem anbahnt und wann man besser gegensteuert.

6.) Gibt es kein Lotka-Volterra-Gleichgewicht in der Beziehung Wolf-Reh?

Für Räuber/Beute- Systeme, allgemeiner für Nahrungsketten, wird in der Biologie-Forschung gerne mit den Lotka-Volterra Differentialgleichungen argumentiert: wenn die Zahl der Räuber wächst, nimmt die der Beutetiere ab, bis Räuber verhungern. Darauf nimmt die Zahl der Beutetiere wieder zu, was mit einer gewissen Verzögerung zum Wachstum der Räuberzahl führt. Langfristig gesehen stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem die Zahl beider mit einer gewissen gegenseitiger Zeitversetzung um ihre jeweiligen Gleichgewichtswerte pendelt⁹.

Sollte sich ein solches Gleichgewicht nicht auch in dem System Wolf/Reh von selbst einstellen?

Lotka - Volterra - Schema

N_1 : Zahl Räuber; N_2 : Zahl Beute

ϵ_1, ϵ_2 : Reduktionsrate bei unbegrenztem Nahrungsangebot

γ_1, γ_2 : Sterberate pro Räuber bzw ohne Beute

$$\frac{dN_1}{dt} = N_1(\epsilon_1 - \gamma_1 N_2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_2(\epsilon_2 - \gamma_2 N_1)$$

$$\text{Gleichgewicht : } \frac{dN_1}{dt} = 0; \frac{dN_2}{dt} = 0 \rightarrow$$

$$N_1(\epsilon_1 - \gamma_1 N_2) = 0; N_2(\epsilon_2 - \gamma_2 N_1) = 0 \rightarrow$$

triviale Lösung 1: $N_1 = 0; N_2 = 0$

$$\text{nichttriviale Lösung 1: } N_1 = \frac{\epsilon_2}{\gamma_2}; N_2 = \frac{\epsilon_1}{\gamma_1}$$

Das Lotka-Volterra-System setzt voraus, dass der Räuber nur eine begrenzte Beutequelle hat. Eine solche Begrenzung wäre für den Wolf erst bei einer ganz unrealistischen Toleranz des Verlustes an Nutztieren auftreten.

Außerdem ist in den wenigen, annähernd dokumentierten Fällen eines dynamischen Gleichgewichts in der Natur die Reproduktionsrate der Räuber stets viel kleiner als die der Beute (z.B. Löwe-Antilope; Hai-Beutefische)

Beim Wolf sind die Reproduktionsrate und der Beutebedarf hoch.

Die Zahl der Wölfe kann nur durch Bejagung auf ein erträgliches Maß begrenzt werden; das wurde ja auch in der Vergangenheit praktiziert - allerdings bis zur Ausrottung.

7.) Vergleich zur Einbürgerung des Luchses

Erfahrungen bei der Einbürgerung anderen Raubtiere, etwa des Luchses, sind von ihrer Dynamik her nicht mit der des Wolfes vergleichbar.

⁹ <https://de.wikipedia.org/wiki/R%C3%A4uber-Beute-Beziehung>

Der Luchs wurde nach seiner Ausrottung erstmals 1970 als Einzelexemplar in der BRD beobachtet. 2019 wurde der Bestand auf 130 geschätzt. Aus der Zeitspanne rechnet sich eine langfristige jährliche Zuwachsrates von rund 1,09 im Vergleich zu einer Zuwachsrates beim Wolf von 1,22. Der Zahlenunterschied mag gering erscheinen, führt aber nach 50 Jahren zu einem Faktor 280 in der Population– das eben ist die Dramatik exponentiellen Wachstums!

Das unterschiedliche Wachstum korrespondiert mit einer Wurfzahl des Luchses von 2 bis 5 im Vergleich zum Wolf mit 4 bis 7 und einer Lebensdauer in der Wildbahn von 5 Jahren im Vergleich zu 12.

Das Wachstum der Luchspopulation erfolgt entscheidend langsamer.

Da die Nachwuchsrates des Luchses viel kleiner ist als die seiner bevorzugten Beutetiere (etwa Hasen), erscheint es möglich, dass sich bei weiter vor menschlichem Eingriff geschütztem Wachstum ein Lotka-Volterra Gleichgewicht einstellen wird. Zu diskutieren wird sein, bis wann damit verbundene Nebenwirkungen gesellschaftlich erträglich sind.

Jedenfalls besteht wegen der geringen Wachstumsrate im Gegensatz zum Wolf kein Zeitdruck für entsprechende Maßnahmen.

8.) Schlussbemerkung

Mit Simulationen kann man den tatsächlichen späteren Verlauf nur unter den dabei verwendeten sehr spezifischen Parametern und eingegengten Ereignismöglichkeiten vorhersehen. Der tatsächliche Verlauf wird demgegenüber von unerwarteten Ereignissen beeinflusst werden, darunter auch von menschlichem Eingriffen. Insofern ist es das wesentliche Ziel einer solchen rechnerischen Projektion herauszuarbeiten, wieso, wann und in welchem Maß eingegriffen werden sollte.

Einschließlich menschlichen Eingreifens gilt dann das geflügelte Wort¹⁰: *Es kommt nie ganz so schlimm wie man befürchtet, und nie ganz so gut wie man hoffte.*

Auch wenn in der Schule die Exponentialfunktion als Wachstumsfunktion behandelt wird, bleibt Erwachsenen oft unklar, welche explosive Wirkung sie in der Realität beschreibt. Das dramatischste Beispiel dafür ist das ganz langsame, exponentielle Wachstum der Menschenzahl bei begrenzten Ressourcen, das über mehrere tausend Jahre folgenlos erschien und nun plötzlich als Treiber katastrophaler Begrenzungen erkannt wird, die wenige zusätzliche Jahrzehnte Aktionsraum lassen.

Interessenten steht das entwickelte Rechenschema samt Datensammlung als Exceldatei zur Verfügung.

FINIS

¹⁰ Hans v. Seeckt in seiner Schrift *Moltke*, zitiert in *Büchmann* ISBN 10-426-07502-4, S.213

Not part of this manuscript!

Sich anschließende, gesellschaftlich- strategische Fragen

- Welches quantitative Ziel hatten die Initiatoren?
 - Hatten Sie eines?
 - Hatten Sie die voraussichtliche Entwicklung rechnerisch abgeschätzt?
 - Wie hoch sind die Gesamtkosten des Projekts 2023 und die bisher aufgelaufenen Kosten.?
- Wie hoch werden die zu erwartenden zukünftigen Kosten des Verlustes an Beute-Wild sein?
- Wie hoch werden die zu erwartenden zukünftigen Kosten des Verlustes an Nutztieren sein? (Hierzu gibt die heutige Menge eine grobe empirische Basis bis zur deutlichen Abnahme der Wild-Beute)
- Wie kann Verlust an Nutztieren und Bedrohung von Menschen verhindert werden? Zu welchen Kosten?
 - Dichte Einzäunung von Waldungen
Dichte Einzäunung von Weidegründen
Aufgabe der Weidehaltung von Nutztieren
Betretungsbegrenzung von dicht besiedelten Wolfsgebieten
Wer trägt diese Kosten?
 - Wie soll eine notwendige Bejagung organisiert werden?
Jäger oder Staatsbedienstete
Mit Abschuss oder Gift (wie etwa bei Füchsen).
Wer trägt die Kosten der Bejagung?
- Welche politischen Rückwirkungen sind zu erwarten,
 - sobald Landwirte sich wirtschaftlich und in ihrer Lebensart ernsthaft geschädigt sehen, oder Bürger in ihrer Bewegungsfreiheit oder Freizeitgestaltung eingeschränkt?
 - Könnte dies Wähler radikalen Parteien zutreiben und die naturverbundenen Kräfte in der Parteienlandschaft diskreditieren

Welchen Platz nimmt dieses Projekt in der Rangliste (?) der bei gegebenen Mitteln realisierbaren Wunschprojekte fortschrittlicher Interessenten oder Politiker ein?

.....

Ein unproblematisch realisierbarer Vorschlag für ähnlicher Wunschprojekte, die nicht dem Bedürfnis der Mehrheit Steuer zahlender Bürger entsprechen:

- Gründung eines Vereins
- Einsammeln von Geld von den Vereinsmitglieder, durch Crowd-Funding und Werbung um Spenden und Erbschaften
- Kauf geeigneter Grundstücke
- Betreiben des Projekts mit Vereinsmitteln auf eigenem Grund und in eigener Verantwortung.